

МАЗУР Альфред,

кандидат педагогічних наук, доцент,
доцент кафедри теоретичної та
прикладної культурології,
Одеська національна музична академія
імені А. В. Нежданової,

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1572-42>

МАТЕМАТИКА І МУЗИКА: ВІД ДАВНИНИ ДО СЬОГОДЕННЯ

Актуальність дослідження. Музика розглядається як форма мислення, що виражає математичну закономірність світу через звук, час і структуру. Від античної ідеї гармонії сфер до сучасних алгоритмічних і нейромережових моделей музика постає універсальною системою, у якій естетичне та раціональне утворюють єдину когнітивну структуру. Простежено історичний розвиток музично-математичного мислення від античності та середньовіччя до культури Нового часу і музичного модернізму ХХ століття. Показано, як числові пропорції, акустичні закономірності та принципи симетрії формували основи музичної теорії і композиційної практики. Особливу увагу приділено серіалізму, алгоритмічній композиції, спектральним та цифровим методам організації звуку. У сучасній культурі математичні моделі стають інструментом створення нових музичних структур і форм художнього мислення. Музика постає як універсальна мова гармонії, що поєднує наукове пізнання і естетичний досвід, відображаючи закономірності організації світу у звуковій формі.

Ключові слова: музика і математика; гармонія; музична структура; математичне моделювання; історія музичної теорії; алгоритмічна композиція; цифрова музика.

1. Математика і музика в античній культурі

Проблема взаємозв'язку музики і математики належить до тих фундаментальних тем культури, які супроводжують людство від моменту виникнення раціонального мислення. Вже у найдавніших цивілізаціях звук сприймався не лише як естетичне явище, а як прояв певної закономірності світу. Музика поставала символічною моделлю космічного порядку, а число – універсальною мовою, здатною пояснити гармонію природи. Саме тому історія музичної теорії з самого початку розвивалася поруч з історією математичної думки, формуючи своєрідну культурну традицію, у якій акустика, філософія і мистецтво взаємодіяли як елементи єдиного пізнавального процесу.

У сучасній гуманітаристиці цей взаємозв'язок дедалі частіше розглядається як особлива форма когнітивної діяльності. Музика виявляється не лише системою художніх образів, а й специфічною мовою структур, пропорцій і симетрій. Її елементи – інтервали, ритми, гармонії, формотворчі принципи – можуть бути описані математичними відношеннями, що відображають фундаментальні властивості акустичних явищ [1]. З цієї точки зору музика стає своєрідним «звучним аналогом» математичного мислення: там, де наука оперує формулами, музика використовує звукові моделі.

Історія культури демонструє, що розвиток музичних стилів часто супроводжувався змінами у наукових уявленнях про структуру світу. Антична концепція гармонії сфер була пов'язана з космологічними моделями піфагорійців; барокова поліфонія формувалася у добу механістичної картини світу; музичний модернізм ХХ століття розвивався паралельно з новими математичними теоріями систем, імовірності та інформації. Таким чином, музика не лише відображає історичні епохи, а й виступає своєрідним культурним індикатором того, як людство осмислює порядок і закономірність буття.

Метою цієї статті є культурологічний аналіз історичної еволюції ідеї «музичної математики» – від античних уявлень про числову природу гармонії до сучасних алгоритмічних і цифрових

моделей музичної творчості. Особливу увагу приділено тому, як математичні принципи проявляються у різних епохах музичної культури: у філософських системах античності, у середньовічній символіці числа, у ренесансній теорії пропорцій, у бароковій поліфонії, у класичній формі, а також у новітніх експериментах композиторів ХХ–ХХІ століть.

Методологічну основу дослідження становить міждисциплінарний підхід, що поєднує музикознавчий аналіз, культурологічну інтерпретацію та елементи історії науки. Такий підхід дозволяє розглядати музику не лише як мистецтво, а як особливий спосіб пізнання реальності, у якому емоційне переживання і раціональна структура утворюють цілісну систему. У цьому сенсі музика постає універсальною мовою культури, здатною поєднати математичну точність і духовний зміст.

Ідея математичної природи музики виникла у глибокій давнині, коли звук почали осмислювати не лише як естетичне явище, а як прояв космічного порядку. Саме в античній культурі сформувалося уявлення про гармонію як універсальний принцип буття, що поєднує світ природи, людську душу і структуру музики. У цьому контексті музика постає не просто мистецтвом, а особливою формою пізнання закономірностей Всесвіту. Її звукові співвідношення розглядалися як відображення глибинної числової організації космосу, де пропорції і симетрії набувають символічного значення [1].

Центральною постаттю цієї традиції став Піфагор, якому приписують відкриття числових закономірностей музичних інтервалів. За античними свідченнями, саме дослідження звучання струн різної довжини привело піфагорійців до висновку, що гармонійні інтервали виникають із простих числових відношень. Октава відповідає співвідношенню 2:1, квінта – 3:2, кварта – 4:3. Ці пропорції стали основою античної теорії консонансів і визначили подальший розвиток європейської музичної науки. Відкриття мало не лише акустичний, а й філософський сенс: якщо гармонія звуку підкоряється числу, то й сам космос має бути впорядкованим за математичними законами [2].

На основі цих ідей виникла знаменита концепція «гармонії сфер». Вона передбачала, що рух небесних тіл також підпорядковується пропорційним співвідношенням і утворює невидиму, але досконалу космічну музику. Хоча ця модель мала переважно метафізичний характер, її вплив на подальшу культурну традицію був надзвичайно сильним. Упродовж століть вона формувала уявлення про світ як гармонійну систему, де математичні закономірності і художня краса є різними проявами єдиного порядку [3].

Інший важливий напрям античної музичної думки пов'язаний із філософією Платон. У його діалогах музика розглядається як етична і космологічна категорія. Вона впливає на формування характеру людини і водночас відображає гармонію космосу. Платон підкреслював, що музична освіта повинна ґрунтуватися на математичних принципах, оскільки саме вони забезпечують внутрішню впорядкованість звукової системи. У його концепції музика входила до складу квадрівіуму – системи наук про число, до якої належали також арифметика, геометрія та астрономія.

Водночас у межі античної теорії виникали різні підходи до розуміння музичної гармонії. Значну роль у цьому відіграв Арістоксен, який намагався поєднати математичні принципи з емпіричним слуховим досвідом. На відміну від піфагорійців, він вважав, що музичні інтервали слід визначати не лише через числові пропорції, а й через сприйняття слухом. Така позиція відкривала можливість для більш гнучкого розуміння музичної системи, у якій математична логіка поєднується з психологією слухового сприйняття [4].

Пізніше античну традицію узагальнив Боецій, який систематизував попередні теорії і ввів відоме розрізнення між трьома типами музики: космічною, людською та інструментальною. У його трактуванні музика постає універсальною структурою, що пронизує всі рівні буття – від руху небесних тіл до внутрішньої гармонії людської душі. Саме завдяки цій концепції антична числова гармоніка стала основою середньовічної музичної науки і зберегла свій вплив протягом багатьох століть [5].

Антична епоха заклала фундамент для подальшого розвитку музично-математичного мислення. У ній сформувалися ключові поняття, що визначили історію європейської музичної теорії: гармонія як пропорція, число як принцип організації звуку, а музика як модель космічного порядку. Ці ідеї не лише визначили наукові підходи до аналізу музики, а й створили філософське підґрунтя для розуміння гармонії як універсального закону культури.

Після занепаду античного світу ідея числової природи музики не зникла, а трансформувалася у нових культурних умовах середньовічної Європи. У цей період музика перестає бути лише філософською метафорою космосу і стає частиною системи християнського знання, де число набуває богословського значення. Середньовічна культура розглядала гармонію як відображення божественного порядку, а музика – як доказ того, що світ створений за принципом міри і пропорції. Саме тому музична теорія розвивалася у тісному зв'язку з математикою і входила до структури університетської освіти [6].

Ключову роль у цьому процесі відігравала система квадривіуму, яка об'єднувала чотири науки про число: арифметику, геометрію, астрономію і музику. На відміну від сучасного розуміння музики як мистецтва, у середньовічній науці вона розглядалася передусім як дисципліна, що вивчає числові відношення звуків. Таким чином музика стала теоретичною наукою про гармонію, а її математична природа сприймалася як очевидна властивість світового порядку. У цій системі музика поєднувала абстрактне мислення з чуттєвим досвідом, виступаючи своєрідним мостом між математикою і духовним життям людини [7].

Значний вплив на формування середньовічної музичної теорії справили праці християнських мислителів пізньої античності. Зокрема, Августин Гіппонський розглядав музику як прояв гармонії між тілом і душею. У його трактатах число набуває етичного виміру: правильна пропорція звуків символізує гармонію внутрішнього життя людини. Музика, за Августином, є не лише естетичним переживанням, а шляхом до духовного пізнання,

оскільки через ритм і порядок вона нагадує людині про гармонійну структуру створеного світу.

Іншим важливим теоретиком був Касіодор, який розвинув ідею музики як науки про числові співвідношення. У його працях музика визначається як дисципліна, що вивчає пропорційні відношення між звуками і тим самим відкриває гармонійний порядок творіння. Подібні уявлення відображали загальну тенденцію середньовічної культури: число розглядалося як універсальний принцип організації реальності, а музика – як один із найнаочніших способів його прояву.

Практичний розвиток музичної системи у цей час пов'язаний із формуванням григоріанського співу і модальної теорії ладів. У межах цієї традиції було створено складну систему церковних ладів, що визначали мелодичну структуру літургійної музики. Хоча ця система базувалася на практичному досвіді співу, її опис і впорядкування здійснювалися за допомогою математичних принципів. Лади розглядалися як певні моделі звукових відношень, у яких кожна нота займала визначене місце у гармонійній структурі [8].

Особливе значення для розвитку музичної культури мало реформування музичної нотації. Відомий теоретик Гвідо д'Ареццо запропонував систему нотного запису, що дозволила точно фіксувати висоту звуків і структуру мелодії. Хоча його нововведення насамперед мали практичний характер, вони також сприяли раціоналізації музичного мислення. Завдяки нотній системі музика поступово перетворювалася на впорядковану знакову систему, що могла бути описана і проаналізована з математичною точністю.

Середньовічна епоха зберегла і розвинула античну традицію музично-математичного мислення, надавши їй нового духовного змісту. Якщо для піфагорійців гармонія була властивістю космосу, то для середньовічних мислителів вона стала доказом божественного порядку. Музика у цьому контексті виступала не лише мистецтвом звуку, а універсальною мовою гармонії, що поєднувала математичну закономірність і релігійний символізм. Саме ця традиція підготувала ґрунт для подальших відкриттів епохи

Відродження, коли ідея числової гармонії знову набуде наукового і гуманістичного значення.

Епоха Відродження стала одним із ключових етапів у розвитку взаємозв'язку музики і математики. Якщо середньовічна традиція розглядала гармонію передусім у богословському контексті, то ренесансна культура повернулася до античної ідеї пропорції як універсального принципу організації світу. Людина Ренесансу прагнула віднайти математичний порядок у природі, мистецтві та архітектурі, і саме музика стала одним із найочевидніших проявів цієї закономірності. Гармонія почала сприйматися як наука про співвідношення, де естетична краса впливає з точності числових пропорцій [9].

Важливу роль у відродженні античної гармонічної традиції відіграли гуманістичні філософи. Серед них особливе місце посідає Марсіліо Фічіно, який намагався поєднати платонівську філософію з новими уявленнями про природу музики. У його працях музика постає як духовна сила, здатна відновлювати гармонію між людиною і космосом. Водночас ця гармонія має математичну основу: пропорції звуків відображають універсальний порядок буття, який можна зрозуміти через число і міру.

Одним із найвпливовіших теоретиків музики Ренесансу був Джозеффо Дзарліно. У своїх трактатах він систематизував музичну теорію на основі математичних співвідношень інтервалів. Дзарліно розглядав гармонію як результат точних пропорцій між частотами звуків і намагався узгодити практику композиції з акустичними закономірностями. Його роботи стали важливим кроком у формуванні наукової теорії музики, де математичний аналіз поєднувався з художнім досвідом композиторів.

У цей же час розвивається інтерес до проблеми музичного строю. Питання про точні співвідношення інтервалів і налаштування музичних інструментів вимагало математичних розрахунків. Значний внесок у розв'язання цієї проблеми зробив Андреас Веркмейстер, який запропонував системи темперованого строю. Його дослідження показали, що музична гармонія може бути результатом складних обчислень, спрямованих на досягнення

рівноваги між акустичною точністю і практичними потребами музичної практики.

Паралельно з музичною теорією розвивалася і наука про звук. Важливим етапом у цьому процесі стали дослідження фізичної природи акустичних явищ. У працях учених раннього Нового часу, зокрема Галілео Галілей та Марен Мерсенн, було вперше здійснено систематичний аналіз коливань струн і закономірностей поширення звуку. Їхні дослідження довели, що висота тону залежить від частоти коливань, а гармонійні інтервали виникають із простих числових відношень між цими частотами. Таким чином, музика стала важливим об'єктом для розвитку експериментальної науки.

У культурному контексті Ренесансу гармонія сприймалася як універсальний принцип, що об'єднує різні види мистецтва. Архітектура, живопис і музика розглядалися як різні прояви однієї і тієї самої ідеї пропорційності. Саме тому музичні форми цього періоду часто порівнювали з архітектурними структурами, де кожен елемент займає своє місце у цілісній композиції. Такий підхід сприяв формуванню нового типу художнього мислення, у якому естетична краса безпосередньо пов'язана з математичною впорядкованістю.

Отже, у добу Відродження музика поступово перетворюється на науку про пропорцію. Математичні принципи стають основою теоретичного осмислення гармонії, а дослідження акустичних явищ відкривають нові можливості для наукового аналізу звуку. Цей процес підготував ґрунт для подальшого розвитку музичної теорії у барокову епоху, коли математична логіка композиції досягне нового рівня складності і системності.

2. Бароко: музика як архітектоніка числа

Барокова епоха стала важливим етапом у розвитку музично-математичного мислення, оскільки саме в цей час музика набуває особливої структурної складності. Якщо для Ренесансу характерною була ідея гармонії як пропорційності, то бароко

розвиває принцип організованої композиційної системи, у якій взаємодія елементів підпорядковується складним правилам симетрії, повтору і варіації. Музичний твір починає сприйматися як своєрідна архітектурна конструкція, де кожна деталь пов'язана з іншими частинами загальною логікою розвитку. Саме тому барокову музику часто порівнюють з математичною моделлю, що поєднує інтелектуальну точність і художню експресію [10].

Центральним принципом музичної композиції цього періоду стає контрапункт – мистецтво поєднання кількох незалежних мелодичних ліній у єдину гармонійну структуру. Контрапунктальна техніка вимагає суворого дотримання правил, що визначають взаємодію голосів, їхні інтервальні співвідношення і ритмічну організацію. У цьому сенсі контрапункт можна розглядати як своєрідну музичну комбінаторику, де композитор оперує набором структурних можливостей, створюючи різні варіанти поліфонічної тканини. Така система нагадує математичні операції з елементами множини, де результат залежить від способу поєднання вихідних компонентів [11].

Найвищого розвитку ця логіка досягла у творчості Йоганн Себастьян Бах. Його композиції демонструють надзвичайну структурну впорядкованість, що дозволяє розглядати їх як своєрідні моделі музичної архітектури. Особливо показовим у цьому контексті є цикл «*Мистецтво фуги*», у якому композитор досліджує можливості поліфонічного розвитку однієї теми. Кожна fuga у цьому циклі являє собою варіацію певної структурної ідеї, де тема піддається інверсії, збільшенню, зменшенню або комбінуванню з іншими голосами. Подібні операції мають чітку логічну природу і можуть бути описані як трансформації музичного матеріалу, подібні до математичних перетворень [12].

Важливим аспектом барокової музики є також символіка числа. У композиціях цього періоду часто використовувалися числові структури, що надавали творам додаткового смислового виміру. Наприклад, певні музичні фрази могли повторюватися визначену кількість разів, а симетричні побудови формували особливу архітектоніку композиції. У творчості Баха дослідники неодноразово

знаходили числові закономірності, пов'язані з пропорціями тем, кількістю тактів або структурними співвідношеннями частин твору. Хоча ці інтерпретації іноді мають гіпотетичний характер, вони демонструють, що барокова музика мислилася як система гармонійних співвідношень, де форма і число взаємодіють у межах єдиного художнього задуму.

Не менш важливим елементом барокової естетики була так звана теорія афектів, яка намагалася пояснити зв'язок між музичною структурою і емоційним змістом твору. Згідно з цією концепцією, певні ритмічні моделі, гармонійні послідовності або мелодичні інтонації викликають конкретні емоційні стани. Таким чином, музична композиція перетворюється на систему знаків, у якій структурна організація звуку безпосередньо пов'язана з психологічним впливом на слухача. І тут знову проявляється математична логіка: емоційний ефект досягається завдяки точному співвідношенню елементів музичної форми.

У ширшому культурному контексті барокова музика відображає нове розуміння гармонії, характерне для наукової революції XVII століття. Світ більше не сприймається як статична система пропорцій, а як динамічна структура взаємодіючих сил. Подібно до того як механіка пояснювала рух тіл через систему законів, музика бароко демонструвала складну взаємодію мелодичних ліній, гармонійних функцій і ритмічних структур. У цьому сенсі барокова композиція є своєрідною моделлю впорядкованого руху, де математична логіка поєднується з емоційною експресією.

У барокову епоху музика досягає нового рівня структурної організації. Контрапункт, числова символіка і симетричні побудови формують складну архітектоніку музичного мислення, у якій кожен елемент підпорядковується загальній логіці композиції. Саме ця традиція підготувала появу класичної форми XVIII століття, де принципи пропорції і структурної рівноваги набудуть нової художньої завершеності.

Музична культура XVIII–XIX століть демонструє новий етап розвитку взаємодії музики і математики. Якщо барокова епоха відзначалася складною поліфонічною архітектонікою, то класич-

на музика прагнула до ясності, симетрії та логічної завершеності форми. У цей період формується принцип музичної рівноваги, у якому пропорційність і структурна впорядкованість стають основою композиційного мислення. Музичний твір починає розглядатися як гармонійна система частин, що перебувають у точному співвідношенні одна з одною. Така концепція безпосередньо пов'язана з ідеями Просвітництва, для якого характерною була віра у раціональний порядок світу і можливість його пізнання через математичні закони [13].

Однією з центральних постатей цього періоду є Вольфганг Амадей Моцарт, творчість якого часто розглядають як втілення ідеалу класичної гармонії. Його композиції відзначаються чіткою пропорційністю музичної форми, де тематичний матеріал розвивається за принципами симетрії та рівноваги. У багатьох творах Моцарта дослідники знаходять пропорційні співвідношення, близькі до так званої «золотої пропорції», що створює відчуття природної завершеності музичної структури. Хоча подібні інтерпретації не завжди мають однозначне підтвердження, вони свідчать про те, що класична музика сприймається як результат гармонійного поєднання інтуїції і математичної впорядкованості [14].

Подальший розвиток музичної форми пов'язаний із творчістю Людвіг ван Бетховен. Його композиції демонструють новий тип музичної логіки, у якій класична симетрія поєднується з динамічним розвитком. У симфоніях і сонатах Бетховена музичні теми зазнають складних трансформацій, утворюючи драматичний процес становлення. Такий підхід можна порівняти з діалектичним методом мислення, де протилежні елементи вступають у взаємодію і породжують нову структурну якість. Музична форма у цьому випадку стає не статичною пропорцією, а процесом розвитку, що нагадує математичну модель еволюції системи.

У XIX столітті ця тенденція набуває нових рис у творчості романтичних композиторів. На перший погляд, романтизм відходить від раціональної строгості класичної естетики, віддаючи перевагу емоційній експресії і свободі індивідуального самовираження. Проте навіть у цій естетиці зберігається прихована ма-

тематична логіка музичної форми. Композитори, такі як Роберт Шуман, Ференц Ліст та Фридерик Шопен, активно використовували принципи тематичної трансформації, варіативності та симетричних структур. У їхніх творах музичний матеріал постійно змінюється, але водночас зберігає внутрішню логічну цілісність.

Особливо важливою для романтичної музики стала ідея органічного розвитку форми. Музичний твір починає розглядатися як живий процес, у якому кожен елемент виникає з попереднього і готує появу наступного. Подібний принцип нагадує математичні моделі динамічних систем, де складна структура формується через послідовність взаємопов'язаних змін. Таким чином, навіть у романтичній естетиці, що підкреслює індивідуальність і свободу, зберігається глибинна залежність музики від закономірностей структурної організації.

У культурному контексті XIX століття музика дедалі частіше сприймається як особлива форма мислення. Вона поєднує емоційний зміст із раціональною структурою, створюючи своєрідну модель духовного життя людини. Саме в цей період виникає уявлення про музику як про «мову почуттів», яка водночас підкоряється строгим законам композиції. Це поєднання свободи і порядку підготувало ґрунт для нових експериментів XX століття, коли композитори почнуть свідомо використовувати математичні методи у створенні музичних структур.

Отже, класична і романтична музика демонструють різні способи взаємодії між математичною логікою і художньою експресією. Якщо у класичну епоху домінує принцип симетрії і пропорційності, то романтизм розвиває ідею динамічної форми, де структура народжується у процесі розвитку музичного матеріалу. У обох випадках музика залишається особливою формою пізнання закономірностей світу, у якій математичний порядок і емоційний зміст утворюють єдину художню систему.

Наука XX століття: від теорії систем до серіалізму XX століття стало переломним етапом у розвитку музично-математичного мислення. Якщо попередні епохи використовували математичні принципи переважно як інтуїтивну основу музичної гармо-

нії, то модерністська культура почала застосовувати їх свідомо і системно. Композитори дедалі частіше зверталися до формальних методів організації музичного матеріалу, розглядаючи композицію як процес побудови структур за певними логічними правилами. У цьому контексті музика перетворюється на своєрідну лабораторію, де експериментують з математичними моделями часу, ритму і звукових співвідношень [15].

Одним із найважливіших напрямів такого підходу стала дванадцятитоновна техніка, розроблена Арнольд Шенберг. В основі цієї системи лежить принцип рівноправності всіх дванадцяти звуків хроматичної гами. Композитор формує спеціальну звукову серію, яка визначає порядок появи нот у творі. Ця серія може зазнавати різних перетворень – інверсії, ретрограду, транспозиції – що створює складну систему взаємопов'язаних варіантів. Подібна організація нагадує математичні операції з послідовностями або елементами групи, де одна структура породжує цілу множину похідних форм.

Ідеї Шенберга були розвинені його учнями – Антон Веберн та Альбан Берг. Особливо радикально ці принципи проявилися у творчості Веберна, який прагнув максимальної концентрації музичного матеріалу. У його композиціях кожен звук набуває структурного значення, а музичний простір організовується за принципом суворої симетрії. Такий підхід демонструє, що музична форма може бути результатом точних математичних операцій, де композиція нагадує складну систему трансформацій початкового матеріалу.

У післявоєнний період ці ідеї перетворилися на більш широку концепцію серіалізму. Композитори прагнули поширити принцип серії не лише на висоту звуку, а й на інші параметри музики – ритм, динаміку, тембр. Значну роль у розвитку цього напрямку відіграв П'єр Булез, який розглядав композицію як процес повної формалізації музичного матеріалу. У його теоретичних працях музика описується як система структурних відношень, що може бути побудована за допомогою математичних методів. Такий підхід демонструє прагнення модернізму до максимальної раціоналізації творчого процесу.

Інший напрям розвитку музичної математики пов'язаний із використанням теорії ймовірностей і статистичних моделей. Найяскравішим представником цього підходу був Яніс Ксенакіс – композитор і інженер, який активно застосовував математичні методи у композиції. Він використовував стохастичні процеси, теорію множин і навіть елементи теорії ігор для створення музичних структур. У його творах звукові маси організуються за принципами, що нагадують фізичні або математичні моделі складних систем. Завдяки цьому музика набуває нового виміру, де композиція стає результатом розрахунку і експерименту.

Паралельно з цими процесами розвивається електронна і комп'ютерна музика. Використання електронних засобів синтезу звуку відкриває можливість створювати нові тембри і керувати акустичними параметрами з математичною точністю. Значний внесок у цей напрям зробив Карлгайнц Штокгаузен, який розглядав електронну музику як спосіб безпосереднього конструювання звукової матерії. Композитор отримує можливість працювати не лише з нотами, а з самими акустичними параметрами звуку – частотою, спектром, тривалістю.

У цьому контексті музика ХХ століття постає як простір інтелектуального експерименту, де композитори активно використовують досягнення сучасної науки. Математика перестає бути лише метафорою гармонії і перетворюється на реальний інструмент творчості. Звукові структури створюються за допомогою алгоритмів, статистичних моделей і формальних систем. Такий підхід радикально змінює уявлення про роль композитора: він стає не лише художником, а й дослідником, який конструює музичну реальність за законами абстрактного мислення.

У ХХ столітті відбувається справжня математична революція у музиці. Нові композиційні техніки демонструють, що музика може бути побудована як складна система взаємопов'язаних параметрів, подібна до наукових моделей реальності. Саме ці експерименти підготували появу сучасних цифрових технологій, які дозволяють моделювати музичні процеси за допомогою алгоритмів і штучного інтелекту.

Наприкінці ХХ – на початку ХХІ століття взаємозв'язок музики і математики набуває нового змісту, пов'язаного з розвитком цифрових технологій. Якщо модернізм ХХ століття лише відкрив можливість використання математичних принципів у композиції, то сучасна культура перетворює ці принципи на основу створення музичних систем. Комп'ютерні технології дозволяють моделювати звук, ритм і форму за допомогою алгоритмів, що значно розширює можливості музичного мислення. У цьому контексті музика дедалі більше наближається до науки про структури, де композиція стає результатом обчислювальних процесів [16].

Одним із цікавих напрямів сучасної музичної теорії є фрактальна **музика**. Вона базується на математичному принципі самоподібності, відповідно до якого складні структури можуть виникати через повторення однієї і тієї самої моделі на різних рівнях організації. У музичному контексті це означає, що певний ритмічний або мелодичний мотив може відтворюватися у різних масштабах, формуючи складну і водночас упорядковану композицію. Такий підхід дозволяє створювати музичні форми, що нагадують природні структури – наприклад, галактики, хмари або гілля дерев, де порядок і хаос взаємодіють у межах єдиної системи.

Іншим важливим напрямом є спектральна музика, що виникла у другій половині ХХ століття. Композитори цього напрямку аналізують акустичний спектр звуку і використовують його як основу композиції. У цьому контексті музичні гармонії формуються не за традиційними правилами тональності, а відповідно до фізичних властивостей звукових хвиль. Одним із провідних представників спектралізму був Жерар Грізе, який розглядав звук як складну систему частот, що може бути організована за допомогою математичних моделей. Такий підхід демонструє, що сучасна музика дедалі більше спирається на наукові методи аналізу акустичних явищ.

Подальший розвиток музично-математичних досліджень пов'язаний із застосуванням алгоритмічних методів композиції. Композитори використовують спеціальні програми, що дозволяють генерувати музичні структури за допомогою заданих правил. Алгоритм у цьому випадку виступає своєрідним «співкомпози-

тором», який створює варіанти мелодій, ритмів або гармонійних послідовностей. Подібні системи активно розвиваються у сфері комп'ютерної музики та досліджень штучного інтелекту, де музичні процеси розглядаються як інформаційні структури [17].

Особливу роль у цьому процесі відіграють нейромережеві технології. Сучасні алгоритми машинного навчання здатні аналізувати великі масиви музичних даних і створювати нові композиції, що стилістично нагадують твори відомих композиторів. Ці системи працюють на основі статистичних моделей, які визначають ймовірність появи певних музичних елементів. Таким чином, музика перетворюється на поле взаємодії між людською творчістю і обчислювальними процесами.

Водночас виникає важливе філософське питання: чи може алгоритм створити справжню музику, або ж він лише відтворює статистичні закономірності вже існуючих стилів? Дискусії навколо цього питання демонструють, що музично-математичний підхід має не лише технічний, а й культурний вимір. Він змінює саме уявлення про творчість, змушуючи переосмислювати роль композитора у добу цифрових технологій.

Отже, сучасна музика дедалі більше функціонує у просторі математичного моделювання. Фрактальні структури, спектральний аналіз, алгоритмічні композиції та нейромережеві системи відкривають нові горизонти для взаємодії науки і мистецтва. Музика стає лабораторією, у якій експериментують із формами організації звуку, а математичні моделі перетворюються на інструмент художнього мислення. Саме ці процеси формують нову культурну реальність, у якій гармонія постає не лише як естетичний принцип, а як універсальна мова інформаційної епохи.

У контексті світової історії музично-математичного мислення важливе місце посідає і українська музична культура. Хоча вітчизняна традиція рідко формулювала свої принципи у вигляді спеціальних математичних теорій, у самій структурі музичних творів можна простежити закономірності пропорції, симетрії та ритмічної організації. Українська музика поєднує народну інтонаційну основу з європейською композиторською технікою, створюючи особливу

систему музичного мислення, де інтуїтивна гармонія поєднується з внутрішньою логічною впорядкованістю [18].

Витоки цього мислення можна знайти у творчості Микола Лисенко – композитора, який заклав основи української професійної музичної школи. У його творах народна мелодика набуває чіткої структурної організації, а музична форма підпорядковується принципам тематичного розвитку. Лисенко активно використовував варіаційні методи обробки фольклорного матеріалу, що дозволяло створювати складні композиційні структури на основі простих інтонаційних моделей. У цьому сенсі його музика демонструє своєрідну математичну логіку розвитку, де початковий мотив породжує різноманітні варіанти і трансформації.

Подальший розвиток української музики пов'язаний із творчістю Левко Ревуцький, який поєднав національну інтонаційну традицію з принципами симфонічного мислення. Його симфонічні твори характеризуються складною архітектонікою форми, у якій тематичний матеріал розвивається за законами контрасту і симетрії. У цьому контексті можна говорити про своєрідну структурну математику музики, де композиційні елементи взаємодіють подібно до елементів системи, що підпорядковується внутрішній логіці розвитку.

Особливий інтерес становить також аналіз української хорової музики, яка традиційно відзначається поліфонічною багатоголосністю. У багатьох хорових композиціях можна простежити закономірності ритмічної організації та гармонійних співвідношень, що формують складну акустичну структуру. Поліфонічна взаємодія голосів створює ефект звукової просторовості, де кожна мелодична лінія виконує функцію окремого елемента загальної композиції.

У сучасній українській музиці ці принципи отримують нові інтерпретації. Композитори активно використовують методи структурного аналізу, електронні технології та експериментальні композиційні техніки. Математичні моделі ритму, тембру і гармонії стають інструментом пошуку нових форм музичного вираження. Таким чином українська музика входить у глобальний культурний процес, у якому наука і мистецтво дедалі тісніше взаємодіють.

Водночас важливо підкреслити, що математичний аспект української музичної культури не обмежується лише технічними характеристиками композиції. Він має також глибокий культурний зміст. У народній традиції музика часто пов'язана з ритуальними структурами часу – календарними обрядами, циклічністю свят, повторюваними ритмами колективного життя. Ці ритмічні моделі створюють своєрідну «математику культури», у якій музика відображає закономірності соціального і природного порядку.

Українська музична традиція демонструє особливий спосіб поєднання інтуїтивної художності і структурної впорядкованості. У її розвитку можна простежити поступовий перехід від народної інтонаційної системи до складних композиторських форм, що використовують принципи симетрії, варіаційності і поліфонічної взаємодії. Це дозволяє розглядати українську музику як важливу складову ширшого культурного процесу, у якому математичні принципи гармонії знаходять своє художнє втілення.

Розвиток музично-математичних ідей упродовж історії культури привів до формування особливої філософської перспективи, у якій музика і число розглядаються як дві взаємопов'язані форми пізнання реальності. У цій перспективі музика перестає бути лише мистецтвом звуку, а постає способом інтерпретації закономірностей світу. Математика, у свою чергу, набуває естетичного виміру, оскільки її абстрактні структури виявляються близькими до принципів гармонії, симетрії і пропорції, що лежать в основі музичної творчості [19].

Одним із важливих аспектів цієї філософії є ідея космічної гармонії. Ще античні мислителі вважали, що число є універсальною мовою Всесвіту, а музика – його чуттєвим відображенням. У новітній філософії ця ідея отримує нові інтерпретації, пов'язані з розвитком науки. Дослідження структури матерії, теорії симетрії у фізиці та математичні моделі складних систем показують, що світ дійсно організований за певними закономірностями, які можна описати через пропорції та взаємозв'язки елементів. У цьому контексті музика постає своєрідною метафорою

космічного порядку, де звукові структури відображають принципи організації реальності.

Важливу роль у формуванні сучасного розуміння цієї проблеми відіграють філософські концепції ХХ століття. Зокрема, мислителі звертали увагу на те, що математичні структури мають не лише раціональний, а й естетичний характер. Симетрія, пропорційність і гармонія сприймаються людиною як ознаки краси, незалежно від того, чи йдеться про природні явища, архітектуру або музичні форми. Таким чином, естетичне переживання може розглядатися як своєрідне інтуїтивне розпізнавання математичного порядку.

Особливо цікавою у цьому контексті є проблема співвідношення раціонального і інтуїтивного у творчості. Музична композиція поєднує строгі правила організації матеріалу з індивідуальною художньою інтуїцією композитора. Ця подвійність нагадує процес математичного відкриття, де логічний доказ часто передує інтуїтивному здогаду. Таким чином музика і математика виявляються двома аспектами єдиного процесу мислення, що поєднує аналіз і натхнення.

У культурологічному вимірі музично-математична ідея дозволяє по-новому поглянути на історію мистецтва. Вона показує, що еволюція музичних стилів нерозривно пов'язана з розвитком наукового світогляду. Кожна епоха формує власне уявлення про гармонію, яке відображає її інтелектуальні й духовні пошуки. Антична пропорційність, барокова поліфонічна складність, класична симетрія, модерністська формалізація і сучасне алгоритмічне мислення – усе це різні прояви одного прагнення зрозуміти структуру світу через звук.

Філософія музично-математичної думки розглядає гармонію не лише як естетичний принцип, а як універсальний закон культури. Музика у цьому контексті виступає особливою формою знання, яка здатна поєднувати логічну точність і емоційне переживання. Саме тому вона залишається одним із найглибших способів осмислення людського досвіду, де математичний порядок і духовний зміст утворюють нерозривну єдність.

У сучасній культурі проблема взаємодії музики і математики набуває ще ширшого філософського значення. Розвиток науки ХХ–ХХІ століть показує, що світ складається зі складних систем, у яких порядок і хаос перебувають у постійній взаємодії. Теорії нелінійної динаміки, синергетики і квантових процесів демонструють, що гармонія не є статичним станом, а результатом динамічної рівноваги. Ця ідея дивовижно співзвучна музичному досвіду, де краса виникає з поєднання стабільності і напруги.

Філософи і науковці сучасності звертають увагу на те, що математичні структури можуть виступати універсальною моделлю мислення. Наприклад, логічні теореми або формальні системи демонструють, як складні смисли можуть виникати з простих правил. Подібний принцип діє і в музиці: невелика тема або мотив здатні породжувати цілу композицію через послідовність варіацій і трансформацій. Таким чином музична форма нагадує математичну модель розвитку системи.

Ці ідеї знайшли відображення у працях таких мислителів, як Павло Флоренський, Курт Гьодель та Роджер Пенроуз, які розглядали число не лише як інструмент обчислення, а як фундаментальний принцип структури реальності. У культурологічному контексті ці концепції дозволяють зрозуміти музику як своєрідний прояв космічної логіки, що знаходить художню форму у звуці.

Взаємодія музики і математики виявляється не випадковою аналогією, а глибокою закономірністю культурного розвитку. Число і звук є різними формами вираження однієї і тієї самої ідеї – ідеї гармонії, що лежить в основі світового порядку. Саме тому музика протягом століть залишається одним із найточніших і водночас найпоетичніших способів осмислення математичної структури буття.

Висновки. Музика як універсальна мова математики і духу, від найдавніших уявлень про «гармонію сфер» до сучасних алгоритмічних систем і штучного інтелекту історія музики і математики постає як безперервний діалог між двома способами мислення – інтуїтивним і логічним, чуттєвим і раціональним. Вони не протистоять одне одному, а взаємно доповнюють, утворюючи єдину культурну траєкторію, у якій число стає образом краси,

а краса – формою порядку. Саме ця взаємодія дозволяє зрозуміти, що гармонія не є лише естетичним принципом мистецтва, а відображає глибинні закономірності організації світу [20].

Музика протягом усієї історії людства була значно більшим явищем, ніж просто мистецтво звуку. Вона виступала моделлю космосу, символічною формою, через яка культура намагалася осмислити структуру реальності. Для піфагорійців гармонія була проявом числової будови Всесвіту; для середньовічних мислителів – знаком божественного порядку; для гуманістів Ренесансу – вираженням пропорційності природи; для композиторів Нового часу – формою раціональної організації музичної мови. У кожному епоху музика відображала ті інтелектуальні моделі, через які людина прагнула зрозуміти світ.

Математична природа музики проявляється на різних рівнях її організації. На акустичному рівні вона визначається фізичними закономірностями коливань і пропорцій частот. На композиційному рівні – принципами симетрії, варіаційності та структурної взаємодії елементів. На культурному рівні – символічними уявленнями про гармонію, що формують естетичні і філософські концепції мистецтва. Таким чином музика об'єднує природничо-науковий і гуманітарний виміри пізнання, виступаючи універсальною мовою, здатною поєднувати точність числа з емоційною виразністю звуку.

Особливо показовим є розвиток музики у XX–XXI століттях, коли математичні методи почали активно використовуватися у самій практиці композиції. Серіалізм, стохастичні моделі, алгоритмічна композиція і цифрові технології перетворили музичне мистецтво на простір інтелектуального експерименту. Композитор дедалі частіше виступає не лише як художник, а й як дослідник, який конструює звукові системи за допомогою формальних методів. У цьому сенсі сучасна музика наближається до науки, зберігаючи водночас свою емоційну і духовну природу.

Важливою особливістю музично-математичної традиції є її універсальність. Вона проявляється у різних культурах і історичних епохах, хоча набуває різних форм залежно від інтелектуаль-

ного контексту часу. Українська музична культура також демонструє цей принцип, поєднуючи інтуїтивну гармонію народної традиції з професійними композиторськими техніками. У цьому контексті музика стає не лише мистецьким явищем, а важливим елементом культурної ідентичності, де математичні закономірності гармонії набувають національного звучання.

У добу інформаційного суспільства взаємодія музики і математики отримує новий вимір. Цифрові технології дозволяють моделювати звукові процеси, створювати нові акустичні структури і навіть формувати композиції за допомогою алгоритмів штучного інтелекту. Проте ці технологічні можливості лише підкреслюють давню істину: музика виникає там, де число поєднується з людським переживанням. Алгоритм може створити структуру, але лише людина здатна надати їй духовного змісту.

Історія взаємодії музики і математики демонструє глибoku єдність раціонального і емоційного вимірів культури. Число і звук виступають двома формами одного пізнавального процесу, що прагне відкрити гармонію світу. У цьому сенсі музика є не лише мистецтвом, а й своєрідною філософією гармонії – мовою, через яка людина осмислює структуру буття.

Фінальна формула цього культурного досвіду може бути сформульована просто: математика є музикою розуму, а музика – математикою душі. Саме у цьому поєднанні логіки і натхнення народжується гармонія, яка протягом століть надихає людство на пошук краси і порядку у світі.

ЛІТЕРАТУРА

1. Арістоксен. Гармонічні елементи / пер. з давньогр. – Oxford: Clarendon Press, 1902.
2. Боецій. Про музичну науку (De institutione musica). – Leipzig: Teubner, 1867.
3. Гельмгольц Г. фон. Вчення про звукові відчуття як фізіологічну основу теорії музики. – Braunschweig: Vieweg, 1863.

4. Рамо Ж.-Ф. Трактат про гармонію, зведenu до її природних принципів. – Paris: Ballard, 1722.
5. Ейлер Л. Спроба нової теорії музики (Tentamen novae theoriae musicae). – Санкт-Петербург, 1739.
6. Шенкер Г. Вільний твір (Der freie Satz). – Wien: Universal Edition, 1935.
7. Шенберг А. Стил ь і ідея: вибрані статті. – Berkeley: University of California Press, 1984.
8. Веберн А. Шлях до нової музики. – London: Universal Edition, 1963.
9. Берг А. Листи і праці про музику. – Wien: Universal Edition, 1950.
10. Булез П. Думати музику сьогодні (Penser la musique aujourd'hui). – Paris: Gonthier, 1963.
11. Штокгаузен К. Тексти про музику. Т. 1–4. – Köln: DuMont, 1964–1978.
12. Ксенáкіс Я. Формалізована музика: думка і математика у композиції. – Bloomington: Indiana University Press, 1971.
13. Тарускін Р. Історія західної музики. Т. 4–6. – Oxford: Oxford University Press, 2005.
14. Johnson T. The Voice of Mathematical Music. – London: Routledge, 2022.
15. Lemke H. Music and Complexity in the Digital Age. – Berlin: Springer, 2023.
16. Roads C. Composing Electronic Music: A New Aesthetic. – Oxford: Oxford University Press, 2022.
17. Collins N., Schedel M., Wilson S. Electronic Music (3rd ed.). – New York: Routledge, 2023.
18. Cope D. Computer Models of Musical Creativity. – Cambridge: MIT Press, 2022.
19. Magenta Research Group. Artificial Intelligence and Music Generation. – Stanford University, 2023.
20. Briot J.-P., Hadjeres G., Pachet F. Deep Learning Techniques for Music Generation. – Cham: Springer, 2024.